

Versuch 1

Entwurf einer Zustandsregelung für einen dreidimensionalen Brückenkran

Einführung

In diesem Versuch soll ein Positionsregler für die Last eines Brückenkrans entworfen und experimentell erprobt werden. Abbildungen 1 und 2 zeigen eine schematische Darstellung des Kransystems.

Der Kranwagen, an dem die Last der Masse m über das Kranseil der Länge l aufgehängt ist, kann mit Hilfe zweier Stellmotoren über Seilzüge in x - und y -Richtung bewegt werden. Die dafür von den Motoren erzeugten Kräfte T_x und T_y greifen am Kranwagen an. Als Messgrößen stehen die Position des Wagens (x_w, y_w) und die Pendelwinkel α und β zur Verfügung.

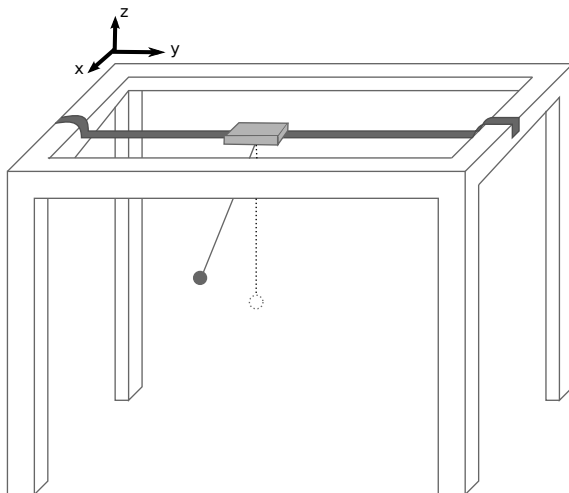


Abbildung 1: Schematische Darstellung des Krans

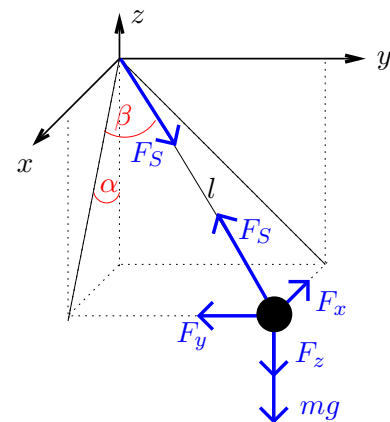


Abbildung 2: Detailansicht der Last

Die Regelungsaufgabe besteht darin, die Last des Krans bei konstanter Pendellänge genau zu positionieren. Dafür soll der Wagen an die vorgegebene Position verfahren und die Pendelbewegungen der am Wagen befestigten Last unterdrückt werden. Der zu entwerfende Regler soll temporäre Störungen am Pendelkörper ausregeln können. Vorhandene Beschränkungen für die Position des Wagens und die Stellgrößen dürfen dabei nicht verletzt werden.

1 Modellbildung

Die Regelungsaufgabe für das Kransystem soll durch eine lineare Zustandsrückführung mit Beobachter gelöst werden. Die bei der Modellierung des Kransystems entstehenden nichtlinearen Modellgleichungen müssen deshalb linearisiert werden.

Ansteuerung der Stellmotoren

Die Stellkräfte T_x und T_y werden jeweils durch einen Gleichstrommotor erzeugt. Als Ansteuersignale für die Motoren stehen die PWM-Signale (Pulsweitenmodulations-Signale) $u_{\text{PWM},x}$ und $u_{\text{PWM},y}$ zur Verfügung. Unter Vernachlässigung der Motordynamik wird vereinfachend angenommen, dass mit den PWM-Signalen direkt die Geschwindigkeit des Wagens gestellt werden kann, sodass

$$\dot{x}_w = \frac{1}{3}u_{\text{PWM},x} \cdot \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right], \quad \dot{y}_w = \frac{1}{3}u_{\text{PWM},y} \cdot \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right]. \quad (1)$$

Die Wagengeschwindigkeiten werden deshalb im Folgenden als Eingang

$$u = (u_1, u_2)^T := (\dot{x}_w, \dot{y}_w)^T \quad (2)$$

betrachtet. Die Tastverhältnisse $u_{\text{PWM},x}$ und $u_{\text{PWM},y}$ sind jeweils auf das Intervall $[-1, 1]$ beschränkt.

Nichtlineares Modell des Brückenkrans

Bei der Modellierung des Kransystems sollen folgende Annahmen getroffen werden:

- Der Pendelkörper kann als Punktmasse betrachtet werden.
- Das Seil, an dem der Pendelkörper befestigt ist, bleibt immer straff gespannt.
- Reibungsverluste durch Reibung mit der Luft und der Aufhängung des Seils können ebenfalls vernachlässigt werden.

Die Systemparameter der realen Strecke sind in Tabelle 1 aufgelistet.

Tabelle 1: Systemparameter der realen Strecke

Beschreibung	Formelzeichen	Größe
Masse des Pendelkörpers	m_p	0.48kg
Erdbeschleunigung	g	$9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$
nominelle Pendellänge	l_{nom}	0.35m

Aufgabe 1.1

Leiten Sie die nichtlinearen Differentialgleichungen

$$\ddot{\alpha} = \psi_\alpha(\alpha, \dot{\alpha}, \beta, \dot{\beta}, \dot{u}_1), \quad \ddot{\beta} = \psi_\beta(\alpha, \dot{\alpha}, \beta, \dot{\beta}, \dot{u}_2) \quad (3)$$

für die Pendelwinkel α und β in Abhängigkeit des Systemeingangs u her!

Aufgabe 1.2

Stellen Sie mit Hilfe der Gleichungen (2) und (3) ein nichtlineares Zustandsraummodell des Gesamtsystems Brückenkrans in der Form

$$\begin{aligned}\dot{x} &= f(x, u, \dot{u}) \\ y &= g(x, u, \dot{u})\end{aligned}\tag{4}$$

auf. Wählen Sie dabei den Zustandsvektor zu $x = [x_w \quad \alpha \quad \dot{\alpha} \quad y_w \quad \beta \quad \dot{\beta}]^T$.

Linearisiertes Modell des Brückenkrans

Aufgabe 1.3

Linearisieren Sie das Zustandsraummodell (4) um die untere Ruhelage des Pendels und schreiben sie es in der Form

$$\begin{aligned}\dot{\tilde{\xi}}(t) &= \tilde{A}\tilde{\xi}(t) + \tilde{B}\mu(t) + B_1\dot{\mu}(t) \\ \nu(t) &= \tilde{C}\tilde{\xi}(t) + \tilde{D}\mu(t).\end{aligned}\tag{5}$$

Um das linearisierte System (5) in die Standardform

$$\begin{aligned}\dot{\xi}(t) &= A\xi(t) + B\mu(t), \\ \nu(t) &= C\xi(t) + D\mu(t).\end{aligned}\tag{6}$$

zu überführen muss nun die Ableitung des Eingangs $\dot{\mu}$ eliminiert werden. Führen Sie dafür die verallgemeinerte Zustandstransformation $\xi = \tilde{\xi} - B_1\mu$ durch und geben Sie das Zustandsraummodell (A, B, C, D) und die Vektoren ξ , μ und ν explizit an.

Hinweis: Wenn Sie das Kransystem richtig modelliert haben besteht das lineare Zustandsraummodell (6) aus zwei identischen, entkoppelten Modellen der Ordnung $n = 3$.

2 Zustandsreglerentwurf

Die Linearisierung des Kransystems ergibt, dass die Dynamik in x - und y -Richtung vollständig entkoppelt und identisch sind. Es ergibt sich somit die folgende Struktur des Zustandsraummodells (6):

$$\begin{aligned}\begin{bmatrix} \dot{\xi}_x(t) \\ \dot{\xi}_y(t) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} A_{xy} & 0 \\ 0 & A_{xy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi_x(t) \\ \xi_y(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{xy} & 0 \\ 0 & B_{xy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mu_x(t) \\ \mu_y(t) \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \nu_x(t) \\ \nu_y(t) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} C_{xy} & 0 \\ 0 & C_{xy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi_x(t) \\ \xi_y(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} D_{xy} & 0 \\ 0 & D_{xy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mu_x(t) \\ \mu_y(t) \end{bmatrix}\end{aligned}\tag{7}$$

Basierend auf (7) ist es deshalb ausreichend, einen Reglerentwurf für das System $A_{xy}, B_{xy}, C_{xy}, D_{xy}$ durchzuführen. Am realen System werden dann beide Richtungen mit dem gleichen Regler geregelt. Die Beschränkungen der Systemparameter sind in Tabelle 2 angegeben. Der Regler muss im Folgenden so entworfen werden, dass das geregelte System diese Beschränkungen einhält.

Tabelle 2: Beschränkungen der Systemgrößen

Beschreibung	Formelzeichen	erlaubter Bereich
Abstand des Wagens vom Endpunkt des Rahmens in x -Richtung	x_w	$[0; 0.5\text{m}]$
Abstand des Wagens vom Endpunkt des Rahmens in y -Richtung	y_w	$[0; 0.5\text{m}]$
Stellsignal, x -Richtung	$u_{\text{PWM},x}$	$[-1, 1]$
Stellsignal, y -Richtung	$u_{\text{PWM},y}$	$[-1, 1]$

Aufgabe 2.1

Nehmen Sie an, dass alle Zustände messbar sind und entwerfen Sie einen Zustandsregler mittels LQR für die das lineare Teilsystem $(A_{xy}, B_{xy}, C_{xy}, D_{xy})$.

Simulieren Sie das Einschwingverhalten des Regelkreises mit linearisiertem Zustandsmodell. Starten Sie dafür das System mit einer Auslenkung des Wagens von 0.2m in x -Richtung und fahren Sie es in den Arbeitspunkt $\xi_{x,s} = [0 \ 0 \ 0]^T$. Nutzen Sie dafür den Scilab-Befehl `csim` und lassen Sie sich dabei neben den Ausgangsgrößen auch die Stellgrößen ausgeben, indem sie den Ausgangsvektor als $[\nu_x \ \mu_x]^T$ definieren und die Ausgangsmatrix des Systems entsprechend anpassen.

Begründen Sie mit Hilfe der Simulationen die Wahl ihrer Q und R Matrix.

Aufgabe 2.2

Als Messgröße steht nun nur die Ausgangsgröße zur Verfügung. Die Zustandsgrößen sollen mithilfe eines Identitätsbeobachters geschätzt werden. Entwerfen sie den Beobachter für das lineare Teilsystem $(A_{xy}, B_{xy}, C_{xy}, D_{xy})$ durch Polvorgabe.

Stellen Sie anschließend das Zustandsmodell des Regelkreises mit Zustandsrückführung und Beobachter auf. Wählen sie dabei den Zustandsvektor als $[\xi_x \ \hat{\xi}_x]^T$ und den Ausgangsvektor als $[\nu_x \ \mu_x]^T$ und passen sie das Zustandsraummodell entsprechend an.

Simulieren Sie das Einschwingverhalten analog zu Aufgabe 2.1 für den Regelkreis mit linearisiertem Zustandsmodell, Zustandsrückführung und Beobachter. Untersuchen sie dabei, wie sich unterschiedliche Anfangswerte von Beobachter und Strecke auf die Regelgüte auswirken. Begründen Sie mit Hilfe der Simulationen die Wahl ihrer Beobachterpole.

3 Simulation des Reglers

Um den entworfenen Regler simulativ zu testen, wird die Simulationsumgebung `Scicos` verwendet. Dort wird sowohl die nichtlineare Dynamik des Brückenkrans als auch der entworfene Regler für die x - und y -Richtung implementiert. Mit dieser Simulation kann anschließend das Führungs- und Störverhalten des Regelkreises simuliert und damit die Regelgüte in beiden Fällen überprüft werden.

Implementierung des nichtlinearen Kranmodells

Aufgabe 3.1

Implementieren Sie das nichtlineare Kranmodell (4) in Scicos. Als Ausgang sollen die Messgrößen x_w , α , y_w und β ausgegeben werden.

Verwenden Sie für die Realisierung des nichtlinearen Modells (4) den `Generic-Block` in Scicos.

Hinweis: Bei der Implementierung muss die Ableitung des Eingangs u berechnet werden. Verwenden Sie dafür nicht den Differentiationsblock in Scicos, sondern nähern Sie diesen durch einen $\frac{\text{num}(s)}{\text{den}(s)}$ Block und der realisierbaren Übertragungsfunktion $\frac{s}{sT+1}$ mit kleiner Zeitkonstante T an.

Implementierung der Regelung

In Abschnitt 2 wurde ein Zustandsregler mit Beobachter K für nur eine Bewegungsrichtung des Krans entworfen. Da in dem linearen Zustandsraummodell des Kransystems (7) beide Bewegungsrichtungen entkoppelt sind kann dieser Regler K , wie in Abb. 3 gezeigt, sowohl für die Regelung von $\begin{bmatrix} x_w & \alpha \end{bmatrix}^T$ als auch zur Regelung von $\begin{bmatrix} y_w & \beta \end{bmatrix}^T$ verwendet werden.

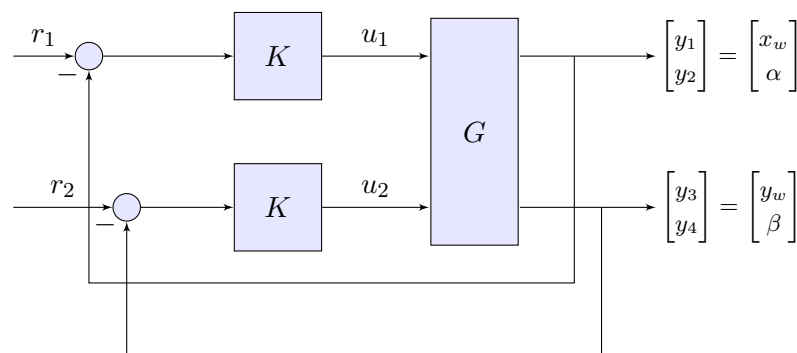


Abbildung 3: Geschlossener Regelkreis mit identischen Reglern K für die Stellgrößen u_1 und u_2 .

Aufgabe 3.2

Entwerfen Sie die Zustandsmatrizen (A_K, B_K, C_K, D_K) für das Zustandsraummodell, welches die Zustandsrückführung mit Beobachter aus Aufg. 2.1 und Aufg. 2.2 beschreibt. B

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\xi}}_x &= A_K \hat{\xi}_x + B_K (-\nu_x) \\ \mu_x &= C_K \hat{\xi}_x + D_K \nu_x \end{aligned} \quad (8)$$

achten Sie, dass für dieses Zustandsraummodell der Eingang $-\nu_x$ und der Ausgang μ_s ist (siehe Abb.4)!

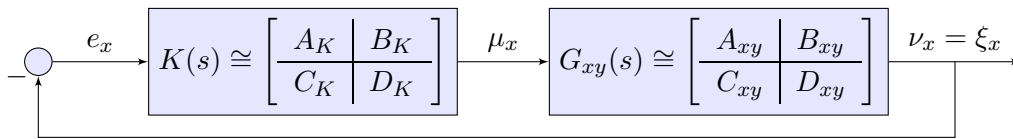


Abbildung 4: Regelung der linearisierten Dynamik des Krans in x -Richtung.

Aufgabe 3.3

Implementieren Sie den in Aufg. 3.2 berechneten Regler in Scicos und schließen Sie ihn, analog zu Abb. 3 mit dem in Aufg.3.1 implementierten nichtlinearen Kranmodell zusammen. Beachten Sie dabei die Umrechnung der Abstandsvariablen ξ , ν , μ in die Systemvariablen x , y , u . Simulieren Sie das Gesamtsystem in Scicos indem Sie es mit einer Auslenkung des Wagens von 0.2m in x - und y -Richtung starten und in den Arbeitspunkt $x_s = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T$ fahren.

Führungs- und Störverhalten

Die Regelungsaufgabe besteht darin, die Last des Krans bei konstanter Pendellänge genau zu positionieren. Dafür soll der Wagen an die vorgegebene Position verfahren und die Pendelbewegungen der am Wagen befestigten Last unterdrückt werden. Es soll also exakte Sollwertfolge für Sprünge in $x_{w,soll}$ und $y_{w,soll}$ gewährleistet werden und dabei α und β in der unteren Ruhelage stabilisiert werden. Außerdem soll der entworfene Regler kurzzeitige Störungen am Pendelkörper ausregeln können.

Zustandsrückführungen sind im Allgemeinen allerdings nur in der Lage, die Dynamik eines Regelkreises zu verändern und den Regelkreis in dem Arbeitspunkt, der zur Linearisierung verwendet wurde, zu stabilisieren. D.h. der entworfene Regler bringt das System in den Zustand $\xi = \xi_s = 0$. Um eine bleibende Regelabweichung für beliebige sprungförmige Führungsgrößen $r(t)$ zu gewährleisten und spunghafte, nicht verschwindende Störungen auszuregeln, d.h. $\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0$, muss die Reglerstruktur im Allgemeinen erweitert werden.

Aufgabe 3.4

Erläutern Sie, warum der entworfene Zustandsregler das oben beschriebene Regelungsproblem für das Kransystem vollständig löst, ohne dass zusätzliche Regelstrukturen verwendet werden müssen.

Aufgabe 3.5

Simulieren Sie das Verfahren des Wagens von $(0, 0)$ nach $(0.3, 0.3)$ mit dem in Aufg. 3.3 implementierten Regelkreis. Achten Sie darauf, dass die Begrenzungen des Zustandes und des Einganges nicht verletzt werden und passen Sie gegebenenfalls Ihren Reglerentwurf an.

Lassen Sie sich neben den Ein- und Ausgängen des Systems auch die Wagenbeschleunigungen in x - und y -Richtung ausgeben. Was fällt Ihnen auf?

Aufgabe 3.6

Um die Mechanik des Krans zu schonen, sollen Beschleunigungsspitzen, wie Sie vor allem bei der Folge sprunghafter Sollwertänderungen auftreten, vermieden werden. Benutzen Sie deshalb einen Tiefpass erster Ordnung um die Führungsgröße $r(t)$ zu filtern bevor sie auf den Messwert aufgeschaltet wird.

Führen Sie anschließend die Simulationen aus Aufg. 3.5 noch einmal durch und vergleichen Sie die Wagenbeschleunigungen in beiden Fällen.

Aufgabe 3.7

Es tritt nun ein kurzzeitiger Windstoß auf. Dieser wird durch eine additive, sprunghafte Störung der Stärke 0.2 rad und der Dauer einer Sekunde auf die Pendelwinkel simuliert.

Simulieren Sie das Störverhalten des Regelkreises mit dem entworfenen Regler.

4 Versuchsdurchführung

Aufgabe 4.1

Implementieren Sie zuerst nur den Regler für die x - Koordinaten am Versuchsstand. Beachten Sie dabei die Umrechnung des Systemeingangs u_1 in das reale Eingangssignal $u_{\text{PWM},x}$. Realisieren Sie zuerst das Verfahren des Wagens von $x_w = 0\text{m}$ nach $x_w = 0.3\text{m}$. Lenken Sie dann das Pendel mit der Hand in x -Richtung leicht aus, um die Störung durch Wind zu simulieren. Zeichnen Sie dabei die Referenz-, Stell- und Regelgrößen auf und werten Sie diese anschließend in Scilab aus.

Aufgabe 4.2

Implementieren Sie nun die Regler für beide Koordinaten am Versuchsstand. Realisieren Sie zuerst das Verfahren des Wagens von $(0\text{m}, 0\text{m})$ nach $(0.3\text{m}, 0.3\text{m})$. Lenken Sie dann das Pendel mit der Hand in beide Richtungen leicht aus, um die Störung durch Wind zu simulieren.

Nehmen Sie das Führungs- und Störverhalten auf. Zeichnen Sie dabei die Referenz-, Stell- und Regelgrößen auf und werten Sie diese anschließend in Scilab aus.