Entwurf einer Zustandsregelung für einen dreidimensionalen Brückenkran

Praktikum – Mehrgrößenregelsysteme, WS 2011/2012

Anne-Kathrin Hess

Fachgebiet Regelungssysteme
Technische Universität Berlin
GERMANY

Regelungsproblem

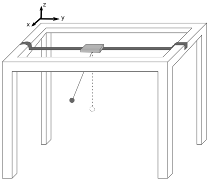


Abb.: Schematische Darstellung des zu regelnden Brückenkrans

Stelleingriffe:

- Bewegung der Last über Stellkräfte T_x, T_y
- Stellkräfte T_x, T_y werden durch Gleichstrommotoren erzeugt

Regelungsaufgabe:

- Last bei konstanter Pendelänge genau positionieren
- Wagen an vorgegebene Position fahren und Pendelbewegungen unterdrücken

Ansteuerung

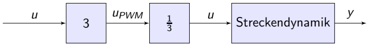
- Bewegung der Last in x- und y-Richtung über Stellkräfte T_x, T_y
- Stellkräfte T_x, T_y werden durch Gleichstrommotoren erzeugt
- Ansteuersignale für die Motoren: PWM-Signale $u_{\mathrm{PWM},x}$, $u_{\mathrm{PWM},y}$

Annahme: Vernachlässigung der Motordynamik $\Rightarrow$ PWM-Signalen stellen direkt die Geschwindigkeit des Wagens

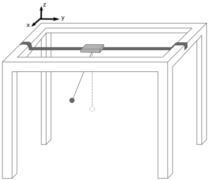
$$\dot{x}_w = \frac{1}{3} u_{\mathrm{PWM},x} \cdot \left[\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right], \quad \dot{y}_w = \frac{1}{3} u_{\mathrm{PWM},y} \cdot \left[\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right].$$

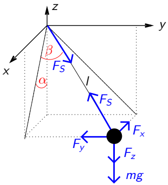
deshalb: Verwendung der Wagengeschwindigkeiten als Stellgröße

$$u = [u_1, u_2]^T := [\dot{x}_w, \dot{y}_w]^T$$



System Brückenkran





Modell:

- Masse: $m = 0.48kg$
- Pendellänge: $l = 0.35m$
- Gravitation: $g = 9.81\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$

Ausgangsgrößen:

- Wagenposition (x_w, y_w)
- Pendelwinkel α, β

Eingangsgrößen:

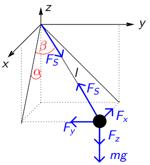
- Geschwindigkeit des Wagens $u = [\dot{x}_w, \dot{y}_w]^T$

Modellierung: Annahmen

Die Bewegungsgleichungen des Wagens und des Pendelkörpers werden unter folgenden Annahmen aufgestellt:

- Die Masse des Pendelkörpers kann als Punktmasse betrachtet werden.
- Der Faden, an dem der Pendelkörper befestigt ist, bleibt immer straff gespannt.
- Reibungsverluste durch Reibung mit der Luft und der Aufhängung des Fadens können ebenfalls vernachlässigt werden.

Modellierung des Pendelkörpers



Modellierungsschritte:

- Beschreibung der Position des Pendelkörpers (x_p, y_p, z_p) in Abhänigkeit der Wagenposition (x_w, y_w) und der Pendelwinkel α, β
- Aufstellen der Kräftegleichgewichte in x-, y- und z-Richtung unter Berücksichtigung der Seilkräfte F_S, der Gewichtskraft $F_g = mg$ und der Trägheitskräfte $F = ma$

$\Rightarrow$ nichtlineare DGLen 2. Ordnung:

$$\ddot{\alpha} = \psi_\alpha(\alpha, \dot{\alpha}, \beta, \dot{\beta}, \dot{u}_1), \quad \ddot{\beta} = \psi_\alpha(\alpha, \dot{\alpha}, \beta, \dot{\beta}, \dot{u}_2)$$

Modell des Brückenkrans

Mit

$$\begin{aligned} \dot{x}_w &= u_1 \\ \dot{y}_w &= u_2 \\ \ddot{\alpha} &= \psi_\alpha(\alpha, \dot{\alpha}, \beta, \dot{\beta}, \dot{u}_1) \\ \ddot{\beta} &= \psi_\alpha(\alpha, \dot{\alpha}, \beta, \dot{\beta}, \dot{u}_2) \end{aligned}$$

ergibt sich

nichtlineares Zustandsmodell:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x, u, \dot{u}) \qquad \text{mit} \qquad x = \begin{bmatrix} x_w & \alpha & \dot{\alpha} & y_w & \beta & \dot{\beta} \end{bmatrix}^T \\ y &= g(x, u, \dot{u}) \end{aligned}$$

Modell des Brückenkrans

Nichtlineare ZRD hängt von u und $\dot{u}$ ab, Linearisierung ergibt deshalb

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{\xi}}(t) &= \tilde{A}\tilde{\xi}(t) + \tilde{B}\mu(t) + B_1\dot{\mu}(t) \\ \nu(t) &= \tilde{C}\tilde{\xi}(t) + \tilde{D}\mu(t). \end{aligned}$$

Verallgemeinerten Zustandstransformation:

$$\xi = \tilde{\xi} - B_1\mu \quad \Rightarrow \quad \dot{\xi} = \dot{\tilde{\xi}} - B_1\dot{\mu} \quad \Rightarrow \quad \dot{\xi} = \tilde{A}\tilde{\xi} + \tilde{B}\mu$$

nach Erstetzen von $\tilde{\xi} = \xi - B_1\mu$ ergibt sich

$$\begin{aligned} \dot{\xi} &= \tilde{A}(\xi + B_1\mu) + \tilde{B}\mu \qquad \Rightarrow \qquad \dot{\xi} = \underbrace{\tilde{A}}_{A}\xi + \underbrace{(\tilde{B} + \tilde{A}B_1)}_{B}\mu \\ \nu &= \tilde{C}(\xi + B_1\mu) \qquad \Rightarrow \qquad \nu = \underbrace{\tilde{C}}_{C}\xi + \underbrace{\tilde{C}B_1}_{D}\mu \end{aligned}$$