Technische Universität Berlin

Fakultät IV Elektrotechnik und Informatik
Fachgebiet Regelungssysteme
Leitung: Prof. Dr.-Ing. Jörg Raisch

Übungsaufgaben
IV Stabilität schaltender Systeme (LV 0430 L 085)
im WS 07/08

1. Aufgabe

Gegeben sei das lineare geschaltete System $\Sigma_{\mathcal{A}}$ mit $\mathcal{A} = \{A_1, A_2\}$ wobei

$$A_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}, \quad A_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -a & -1 \end{pmatrix}, \quad a \in \mathbb{R}.$$

Bestimmen Sie analytisch die Werte $a \in \mathbb{R}$, für die eine gemeinsame quadratische Lyapunovfunktion $V(x) = x^T Px$ für die Teilsysteme Σ_{A_1} und Σ_{A_2} existiert.

2. Aufgabe

Machen Sie sich mit den grundlegenden Befehlen von Scilab vertraut!

Eine Einführung ist unter http://www.control.tu-berlin.de/Teaching:Scilab

3. Aufgabe

a) Schreiben Sie ein Scilab-Programm, das die Eigenwerte des Matrizenprodukts A_1A_2 für Punkte $a \in [-2, 6]$ darstellt. Vergleichen Sie das Resultat mit dem analytischen Ergebnis.

   Hinweise: Die Eigenwerte sollten punktweise dargestellt werden. Dafür kan ein bestimmter Poltstyle gewählt werden, z. B. plot2d(x,y,style=-1*ones(1,length(x))). Die Eigenwerte werden in Scilab mit dem Befehl spec errechnet.

b) Sei $a = 1$. Zeigen Sie numerisch mit Hilfe von Scilab, dass $V_1(x) = x^T P_1 x^T$ mit

$$P_1 = \begin{pmatrix} 1.75 & 0.25 \\ 0.25 & 0.75 \end{pmatrix}$$

   eine quadratische Lyapunovfunktion für Σ_{A_1} nicht jedoch für Σ_{A_2} ist.

   Hinweis: werten Sie die Lyapunovgleichung aus.

c) Sei $a = 1$. Zeigen Sie numerisch mit Hilfe von Scilab, dass $V_2(x) = x^T P_2 x^T$ mit

$$P_2 = \begin{pmatrix} 5.5 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$$

   eine gemeinsame quadratische Lyapunovfunktion für Σ_{A_1} und Σ_{A_2} ist.

d) Machen Sie sich mit den beiden Funktionen levelset_QLF.sci und phaseplane.sci vertraut! (download unter: http://www.control.tu-berlin.de/Teaching:Stabilität_schaltender_Systeme.) Stellen Sie eine Höhenlinie von $V_1(x)$ dar und stellen Sie in der gleichen Graphik die Verktorfelder der Teilsysteme Σ_{A_1} und Σ_{A_2} an Punkten auf dieser

Höhenlinie dar! Verfahren Sie ebenso mit Höhenlinien von $V_2(x)$. Überprüfen Sie graphisch die Resultate von Teilaufgabe 3b) und 3c)!

4. Aufgabe

Gegeben sei das lineare geschaltete System $\Sigma_{\mathcal{A}}$ mit $\mathcal{A} = \{A_1, A_2, A_3\}$ wobei

$$A_1 = \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ -30 & -1 \end{pmatrix}, \quad A_2 = \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ -26 & -1 \end{pmatrix}, \quad A_3 = \begin{pmatrix} -6 & 27 \\ -150 & -1 \end{pmatrix}.$$

a) Schreiben Sie ein Scilab-Funktion, die die Eigenwerte der konvexen Kombination $\alpha A_1 + (1-\alpha)A_2$ für einigen Werte $\alpha \in [0,1]$ darstellt!

b) Zeigen Sie, dass für die Teilsysteme Σ_{A_1} und Σ_{A_2} eine gemeinsame quadratische Lyapunovfunktion existiert.

c) Zeigen Sie, dass für die Teilsysteme Σ_{A_2} und Σ_{A_3} eine gemeinsame quadratische Lyapunovfunktion existiert.

d) Zeigen Sie, dass für die Teilsysteme Σ_{A_1} und Σ_{A_3} eine gemeinsame quadratische Lyapunovfunktion existiert.

(Folgt aus den Ergebnissen b)-d), dass das geschaltete System $\Sigma_{\mathcal{A}}$ für beliebige Schaltfunktionen stabil ist?)

5. Aufgabe

Mit der Scilab-Funktion lmisolver.sci steht eine leistungsfähige Routine zur Lösung von linearen Matrizenungleichungen zur Verfügung. Das Skript find_CQLF.sce in Verbindung mit Solve4CQLF.sci zeigt ein Beispiel, wie diese Routine genutzt werden kann um eine gemeinsame quadratische Lyapunovfunktion für zwei Teilsysteme zu bestimmen.

a) Führen Sie das Skript find_CQLF.sce aus und machen Sie sich mit der Funktionsweise der Routine vertraut. (Eine Anleitung für die LMI-Toolbox in Scilab ist auf der Webseite zu finden, sollte aber zum Lösen dieser Aufgaben nicht notwendig sein.)

b) Schreiben Sie eine verallgemeinerte Routine, so dass eine gemeinsame quadratische Lyapunovfunktion für eine beliebige Anzahl von Teilsystemen gefunden werden kann.

c) Prüfen Sie, ob eine gemeinsame quadratische Lyapunovfunktion für die Teilsysteme Σ_{A_1}, Σ_{A_2} und Σ_{A_3} gefunden werden kann.