Modell des Brückenkrans

Feststellung: Im linearen Modell des Kransystems ist die Dynamik in x- und y-Richtung vollständig entkoppelt und identisch

$$\begin{bmatrix}\dot{\xi}_x(t)\\ \dot{\xi}_y(t)\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}A_{xy} & 0\\ 0 & A_{xy}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\xi_x(t)\\ \xi_y(t)\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}B_{xy} & 0\\ 0 & B_{xy}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\mu_x(t)\\ \mu_y(t)\end{bmatrix} \tag{1}$$

$$\begin{bmatrix}\nu_x(t)\\ \nu_y(t)\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}C_{xy} & 0\\ 0 & C_{xy}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\xi_x(t)\\ \xi_y(t)\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}D_{xy} & 0\\ 0 & D_{xy}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\mu_x(t)\\ \mu_y(t)\end{bmatrix}$$

deshalb: Reglerentwurf für das System $A_{xy}, B_{xy}, C_{xy}, D_{xy}$ ausreichend
$\Rightarrow$ am realen System werden dann beide Richtungen mit dem gleichen Regler geregelt.

Zustandsreglerentwurf

1. Entwurf einer **vollständigen Zustandsrückführung**, wobei angenommen wird, dass alle Zustände messbar sind und zurückgeführt werden können
2. Entwurf eines **Zustandsbeobachters/Zustandsschätzers**, wobei nicht direkt messbare Zustände geschätzt werden.

Separationsprinzip

Der Reglerentwurf und der Beobachterentwurf können separat durchgeführt werden, d.h. die Eigenwerte von $(A - BK)$ und von $(A - FC)$ können unabhängig voneinander vorgegeben werden.

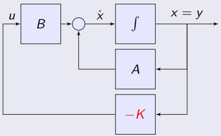
Zustandsreglerentwurf

Annahme: $C = I$

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t), \qquad x \in \mathbb{R}^n, u \in \mathbb{R}^q$$
$$y = x \qquad y \in \mathbb{R}^n$$

konstante Zustandsrückführung

$u(t) = -Kx(t)$



K ... konstante reelle $q \times n$ - Matrix

Zustandsrückführung

Mögliche Verfahren zur Berechnung von K:

- Polvorgabe:
  Wahl geeigneter Systempole für den geschlossenen Kreis
- LQR:
  Optimierung der Rückführung anhand verschiedener Optimalitätskriterien (Einschwingzeit, Abweichung vom Sollwert,...)

LQR

Regelstrecke: $\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t)$

quadratisches Kostenfunktional:

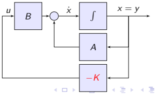
$$J(x_0) = \int_0^\infty (x^T(t)Qx(t) + u^T(t)Ru(t))dt$$

Q symmetrisch, reell, positiv semidefinit

R symmetrisch, reell, positiv definit

optimales Regelgesetz (lineare konstante Zustandsrückführung):

$$u^*(t) = -\underbrace{R^{-1}B^T\bar{P}}_{K}x(t)$$



LQR

optimales Regelgesetz

$$u^*(t) = -R^{-1}B^T\bar{P}x(t), \tag{2}$$

wobei $\bar{P}$ die **algebraische Riccati-Gleichung**

$$\bar{P}A + A^T\bar{P} - \bar{P}BR^{-1}B^T\bar{P} + Q = 0 \tag{3}$$

erfüllt

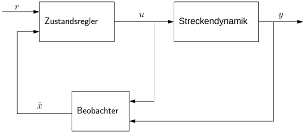
Voraussetzungen:

- (A, B) stabilisierbar
- $Q = E^TE$ muss so gewählt werden, dass (E^T, A) entdeckbar

Beobachterentwurf

Idee:

- Simulation der nicht messbaren Zustände mit Hilfe des (linearisierten) Modells
- Korrektur von Modellfehlern über Vergleich des gemessenen Ausgangs (y) und des geschätzen Ausgangs ($\hat{y}$)



Identitätsbeobachter (Luenbergerbeobachter)

Beobachter:

$$\dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + Bu(t) + F(y(t) - \hat{y}(t))$$
$$\hat{y}(t) = C\hat{x}(t) + Du(t)$$

Schätzfehler:

$$\dot{e}(t) = \dot{x}(t) - \dot{\hat{x}}(t)$$
$$= (A - FC)(x(t) - \hat{x}(t)),\ e(0) = x_0 - \hat{x}_0$$

Entwurf des Beobachters durch Festlegung der Eigenwerte von $(A - FC)$ (Voraussetzung: (A, C) beobachtbar!).