$\mathcal{RH}_\infty$

$\mathcal{RH}_\infty$

Die Menge aller asymptotisch stabilen realisierbaren Übertragungsfunktionen bezeichnet man mit $\mathcal{RH}_\infty$, d.h.

- Zählergrad $\leq$ Nennergrad,
- alle Pole liegen links der imaginären Achse.

$\mathcal{RH}_\infty^{p\times q}$

Die Menge aller $p \times q$-Matrizen mit Elementen aus $\mathcal{RH}_\infty$ heißt $\mathcal{RH}_\infty^{p\times q}$.

H_∞-Reglerentwurf

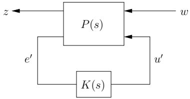
Idee:

- Entwurf eines Reglers, der das System
  - stabilisiert
  - quantitative Regelkreiseigenschaften erfüllt
  - robust ist, gegenüber Modellunsicherheiten und Störungen
- Regler soll diese Anforderungen "möglichst gut" erfüllen $\Rightarrow$ Optimierung
- Je nach Anwendung, verschiedene Kostenfunktionale für Optimierungsproblem
  - S/KS/T-Problem („mixed sensitivity problem")
  - NLKF-Problem (H_∞-loop shaping)
- Beide Probleme können in ein **H_∞-Standardproblem** überführt werden.

H_∞-Reglerentwurf

Ansatz: Verallgemeinerter Regelkreis

$$\begin{bmatrix} z \\ e' \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{21} & P_{22} \end{bmatrix}}_{:=P} \begin{bmatrix} w \\ u' \end{bmatrix}$$



P - verallgem. Streckenmodell

Übertragungsfunktion des verallgemeinerten Regelkreises

$$\mathcal{F}(P,K) = wz^{-1} = P_{11} + P_{12}K(I - P_{22}K)^{-1}P_{21} \qquad (1)$$

Voraussetzung für H_∞-Reglerentwurf:

- P_{12}, P_{21} besitzen vollen Spaltenrang $\forall\omega$

H_∞-Standardproblem - Optimierung

H_∞-Standardproblem

$$\inf_{\text{stabilisierende } K(s)} \left\| \underbrace{P_{11} + P_{12}K(I - P_{22}K)^{-1}P_{21}}_{\mathcal{F}(P,K)} \right\|_\infty$$

- S/KS/T- und NLKF-Problem führen zu verschiedenen $\mathcal{F}(P,K)$

$\Rightarrow$ Minimierung der Energieverstärkung des in $\mathcal{F}(P,K)$ spezifizierten Übertragungsverhaltens

H_∞-Norm

Für $\mathcal{F}(s) \in \mathcal{RH}_\infty^{p\times q}$ ist die H_∞-Norm definiert:

$$\|\mathcal{F}(s)\|_\infty := \sup_\omega \bar{\sigma}[\mathcal{F}(j\omega)] = \sup_\omega \max_{w(j\omega)\neq 0} \frac{\|\mathcal{F}(j\omega)w(j\omega)\|}{\|w(j\omega)\|}.$$

S/KS/T-Problem (mixed sensitivity problem)

Spezielle Ziele:

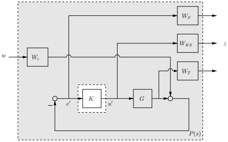
- Stabilität
- gute Unterdrückung von Störungen d' am Streckenausgang:
  $e(s) = S(s)d'(s)$ mit $S = (I + GK)^{-1}$ ... Sensitivitätsfunktion
- Robustheit gegenüber multiplikativen Fehlern
  $\bar{\sigma}[T(jw)] < \frac{1}{l_m(w)}$ mit $T = (I + GK)^{-1}GK$ ... komplementäre Sensitivitätsfunktion und $l_m(w)$ ist die frequenzabh. obere Schranke des multiplikativen Fehlers
  es gilt $y(s) = T(s)d(s)$
- geringe Stellgliedaktivität
  $u(s) = K(s)S(s)d(s)$

$\Rightarrow$ Minimierung der Energieübertragung von d auf e, y, u

$\Rightarrow$ noch besser: Wichtung der einzelnen Anforderungen

Verallgemeinerter Regelkreis

Darstellung des verallgemeinerten Regelkreises für das S/KS/T-Problem



$$\begin{bmatrix} z \\ e' \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{21} & P_{22} \end{bmatrix}}_{:=P} \begin{bmatrix} w \\ u' \end{bmatrix} \qquad P(s) = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} -W_S W_i \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} -W_S G \\ W_{KS} \\ W_T G \end{bmatrix} \\ -W_i & -G \end{bmatrix}$$

S/KS/T-Problem (mixed sensitivity problem)

H_∞-Optimierungsproblem

$$\inf_{\text{stabilisierende } K(s)} \left\| \underbrace{\begin{bmatrix} W_S(s)S(s) \\ W_{KS}(s)K(s)S(s) \\ W_T(s)T(s) \end{bmatrix} W_i(s)}_{\mathcal{F}_{S/KS/T}} \right\|_\infty$$

$$e(s) = S(s)(r(s) - d(s)) \quad (2) \qquad S = (I + GK)^{-1} \quad (5)$$

$$e(s) = T(s)\eta(s) \quad (3) \qquad T = (I + GK)^{-1}GK \quad (6)$$

$$u(s) = K(s)S(s)(r - \eta - d) \quad (4) \qquad S + T = I \quad (7)$$

Spezifikationen für das Dreitanksystem

Die Singulärwertverläufe sollen so gewählt werden, dass der geschlossene Regelkreis folgende Anforderungen erfüllt:

- Der Regelkreis soll stabil sein.
- Die Stabilität des Regelkreises soll robust gegenüber den angegebenen unstrukturierten multiplikativen Modellfehlern sein.
- Wenn die Regelung mit leerem Tank gestartet wird, soll nach 10 Minuten nur noch eine Regelabweichung von $2cm$ auftreten.
- Die auftretenden Störungen sollen innerhalb von 5 Minuten so ausgeregelt werden, dass noch eine Regelabweichung von $2cm$ auftritt.
- Die Stellgrößenbeschränkungen sollen mit einer Toleranz von 20% eingehalten werden und es sollen keine hochfrequenten Stellsignale auftreten.