Technische Universität Berlin

Fakultät IV Elektrotechnik und Informatik
Fachgebiet Regelungssysteme
Leitung: Prof. Dr.-Ing. Jörg Raisch

Anwendung der Harmonischen Balance auf eine Temperaturregelstrecke

Versuch Nr. 1

Version der Versuchsbeschreibung: 1.1 (9. Mai 2007)

Praktikum - Nichtlineare Regelsysteme - Sommersemester 2007

Thomas Schauer

In dieser Laborübung soll ein nichtlineares Regelungssystem untersucht werden. Bei der Analyse und Synthese praktischer Probleme reicht es häufig aus, geeignete Näherungsverfahren anzuwenden, die mit geringem Aufwand durchgeführt werden können und zu anschaulichen Ergebnissen führen. Ein häufig angewendetes Verfahren ist die Methode der harmonischen Balance (Beschreibungsfunktionsmethode). Dieses Verfahren wird in diesem Versuch in erweiterter Form auf eine Temperaturregelstrecke angewendet.

Inhaltsverzeichnis

1 Einführung

In der Heizungs- und Klimatechnik, aber auch in anderen Bereichen, wo Temperatur geregelt werden soll, finden häufig nichtlineare Stellglieder, meist Zwei- und Dreipunktglieder, Verwendung. Für die Untersuchung solcher Regelkreise scheint die Methode der harmonischen Balance daher gut geeignet zu sein. Die Modellbildung derartiger Strecken ist meist schwierig und führt in der Regel auf partielle Differentialgleichungen der Form

$$\Delta f(\boldsymbol{x},t) - \frac{1}{k}\frac{\partial f(\boldsymbol{x},t)}{\partial t} = 0, \quad \text{Temperaturleitfähigkeit} > 0, \tag{1}$$

d.h. auf Systeme mit verteilten Parametern. Da jedoch häufig der Temperaturverlauf in einem ausgewählten Punkt interessiert, können Modelle mit gewöhnlichen Differentialgleichungen und konzentrierten Parametern aufgestellt werden, wenn man die Wärmeausbreitung durch ein geeignetes Totzeitglied modelliert. Das weitere Verhalten lässt sich meist durch ein VZ1-Glied ausdrücken, wobei die allgemeine Übertragungsfunktion

$$G(s) = \frac{V}{Ts+1}e^{-T_t s} \tag{2}$$

folgt. Als Stellglieder treten wie bereits gesagt häufig Zwei- und Dreipunktglieder auf. Ist sowohl “Heizen” als auch “Kühler” möglich, wird man sinnvollerweise ein Dreipunktglied wählen. Besteht nur die Möglichkeit des “Heizen” so wird man ein Zweipunkglied verwenden mit den Zuständen “Heizung ein” und “Heizung aus”. Im Gegensatz zu den in der Vorlesung “Nichtlineare Regelsysteme” (RT III) verwendeten Kennliniengliedern handelt es sich hier nicht mehr um ein symmetrisches Kennlinienglied, was bei der Anwendung der bekannten Methoden berücksichtigt werden muss.

2 Versuchsaufbau

Der verwendete Versuchsaufbau ist in den Abb. 1 und 2 dargestellt.

Abbildung 1: Physischer Versuchsaufbau

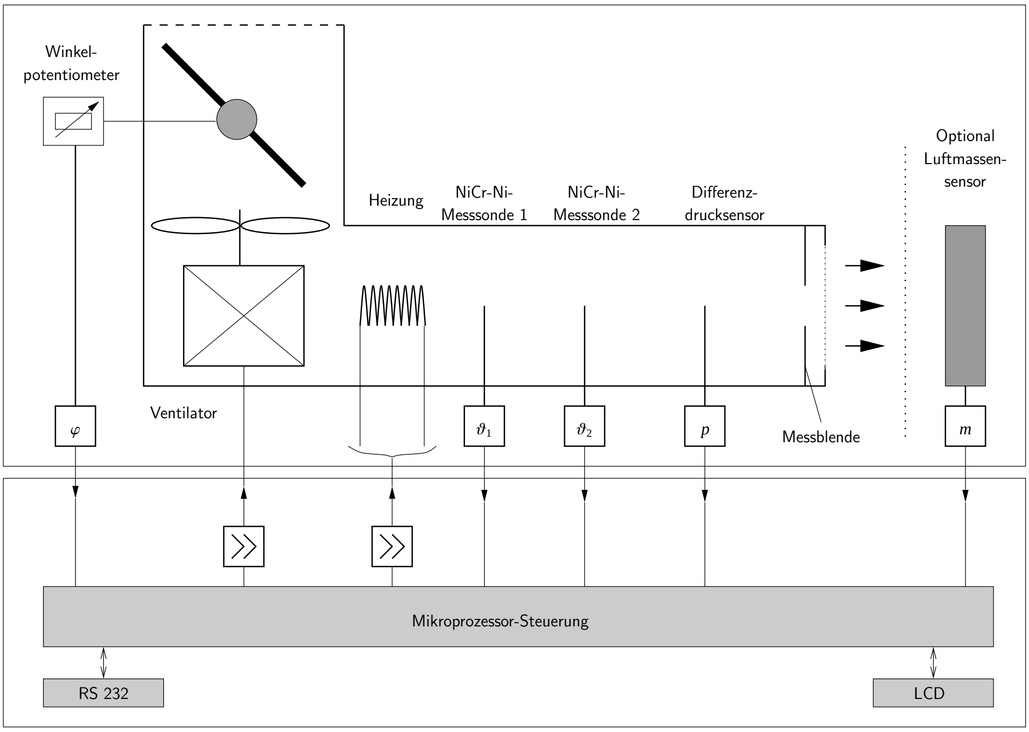

Abbildung 2: Blockschaltbild des Versuchs “Temperaturregelstrecke”

Stellgrößen sind die Leistungen der Heizung und des Ventilators (0 bis 100%). Messgrößen sind der Drosselklappenwinkel φ, die beiden Temperaturen ϑ_1 und ϑ_2 (verschiedene Messpunkte und Sensortypen) sowie der Differenzdruck p. Alle

Stellgrößen können über die serielle Schnittstelle des Geräts angepasst werden. Mit einer Abtastzeit von 0.1 s werden die Messgrößen ebenfalls über die serielle Schnittstelle an einen PC übertragen. Zeitgleich werden alle Größen auf dem LCD der Anlage dargestellt. Uns interessiert in diesem Versuch nur die Regelung der Temperatur an einer Messstelle über die Heizerleistung für fest vorgegebene Werte von Drosselklappenwinkel und Ventilatorleistung.

Abbildung 3 zeigt das vereinfachte lineare Streckenmodell an einem Arbeitspunkt. Wegen der Nichtlinearitäten der gegebenen Regelkreise sind die Ein- und Ausgangsgrößen Abweichungen vom vorher festgelegten stationären Arbeitspunkt. Das Kleinsignalverhalten wird durch $\tilde{(\cdot)}$ gekennzeichnet.

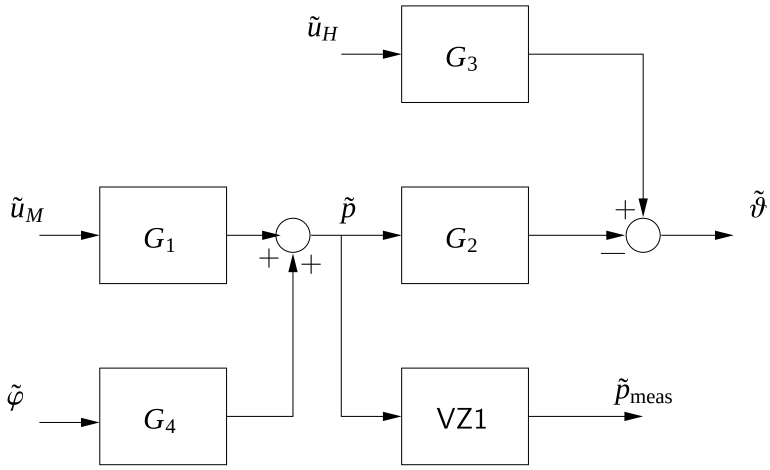

Abbildung 3: Blockdiagramm für Druck- und Temperaturregelstrecken

3 Erweiterung der Methode der harmonischen Balance

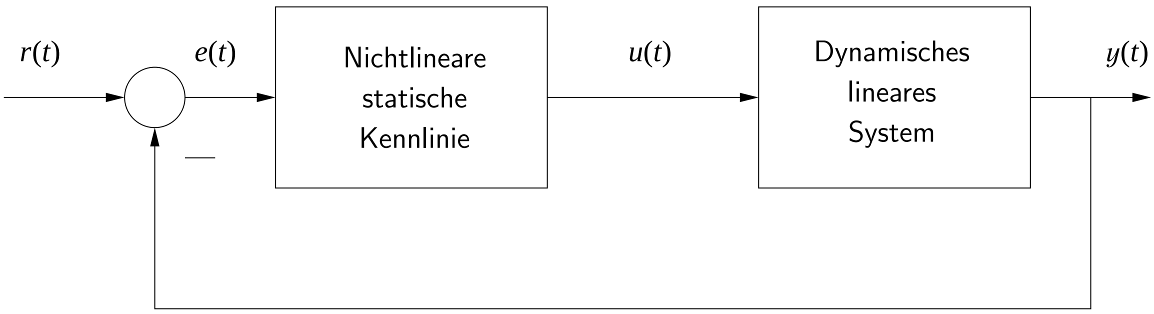

Abbildung 4: Verwendeter nichtlinearer Standard-Regelkreis

In der Vorlesung wird die Methode der harmonischen Balance auf symmetrische Kennlinienglieder angewendet. Weiter wird dort für den nichtlinearen Regelkreis keine Führungsgröße angenommen. Infolge dieser Annahmen besitzt das Ausgangssignal keinen Gleichanteil. Für die praktische Anwendung, wie zum Beispiel die hier behandelte Temperaturregelung (Festwertregelung), sind diese Annahmen meist verletzt, bzw. nicht sinnvoll. Um dennoch die Methode der harmonischen Balance anwenden zu können, wird eine modifizierte, vom Betriebszustand abhängige, Beschreibungsfunktion eingeführt. In der englischsprachigen Literatur wird sie mit "**S**inusiod plus **B**ias **D**escribing **F**unction" (SBDF) bezeichnet. Anhand einer einfachen Kennlinie wird ihre Berechnung und Bedeutung im Weiteren erläutert. Im Gegensatz zum bisher verwendeten Zweipunktglied hat das in Abb. 5 dargestellte Kennlinienglied nur die Schaltzustände "0" und "K". Das Ausgangssignal wird daher bei periodischer Anregung einen Gleichanteil besitzen. Zur Berechnung der SBDF wird das Zweipunktglied mit dem Eingangssignal

$$e(t) = A\sin(wt) + e_0 \tag{3}$$

beaufschlagt. Weiter gilt

$$e_0 = r_0 - y_0 \tag{4}$$

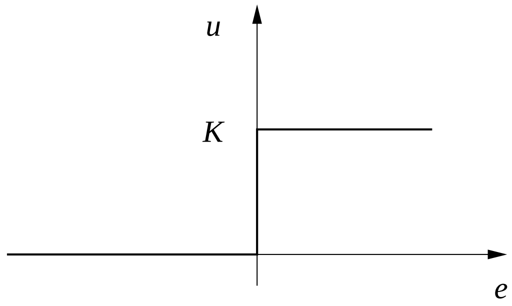

Abbildung 5: Nichtsymmetrisches Zweipunktglied

wobei y_0 der Gleichanteil des Ausgangssignals ist. Den zeitlichen Verlauf des Ausgangssignals $u(t)$ (vgl. Abb. 4) bestimmt man graphisch aus Bild 6.

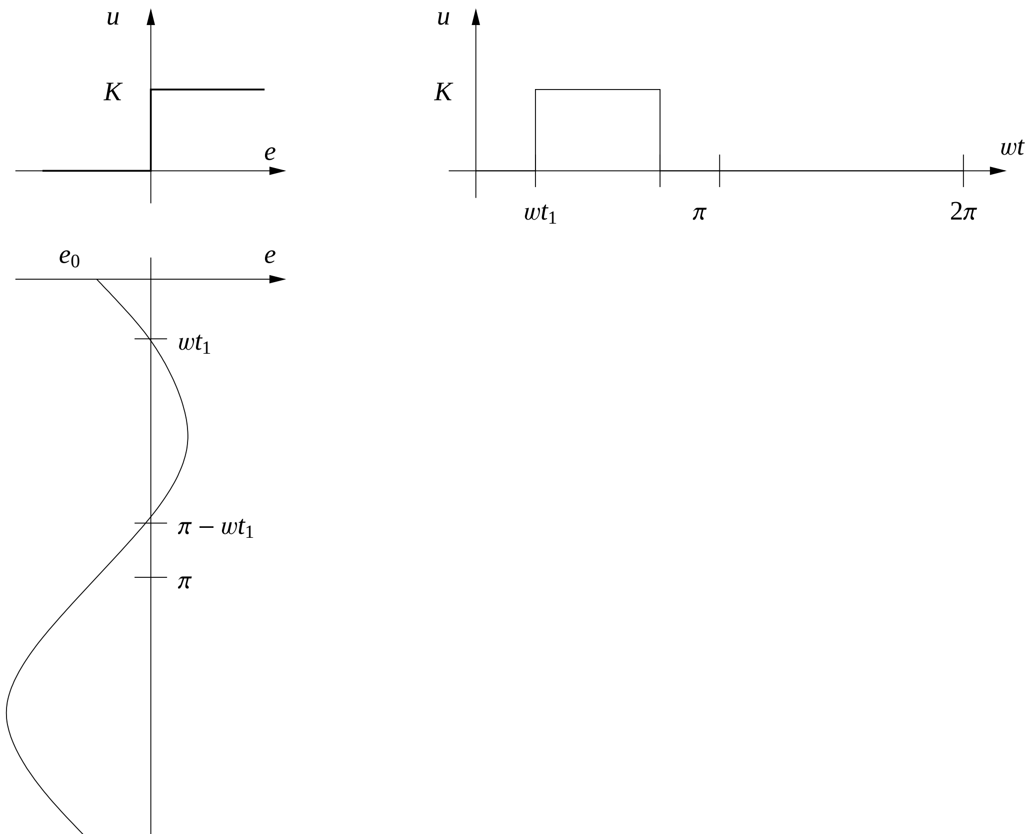

Abbildung 6: Nichtlineares Zweipunktglied

Unter des Voraussetzung $|A| > |e_0|$ folgt

$$wt_1 = \arcsin \frac{-e_0}{A}. \tag{5}$$

Als nächstes wird u(t) in eine Fourrier Reihe entwickelt. Dabei ist zu beachten, dass die Koeffizienten b_i gleich null sind. Dies sieht man folgendermaßen: Der Impuls der Ausgangsfunktion des Zweipunktglieds zwischen wt_1 und $\pi - wt_1$ ist unabhängig von e_0 symmetrisch zu $\omega t = \pi/2$. Nach Multiplikation mit $\cos wt$ erhält man eine schiefsymmetrische Funktion im Intervall $[0, \pi]$, dessen Integral null ergibt. Damit gilt:

$$u(t) = u_0 + \sum_{i=1}^{\infty} a_i \sin(iwt) \tag{6}$$

mit

$$u_0 = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} f(A\sin wt + e_0)\mathrm{dwt} \quad (7)$$

$$a_i = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} f(A\sin wt + e_0)\sin(iwt)\mathrm{dwt} \quad (8)$$

$$(9)$$

und

$$f(A\sin wt + e_0) = \begin{cases} 0 & 0 < wt < wt_1 \\ K & wt_1 < wt < \pi - wt_1 \\ 0 & \pi - wt_1 < wt < 2\pi \end{cases} . \quad (10)$$

Damit folgt:

$$u_0 = K\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{\pi}\arcsin\left(\frac{-e_0}{A}\right)\right) \quad (11)$$

$$a_1 = \frac{2K}{\pi}\sqrt{1-\left(\frac{e_0}{A}\right)^2} \quad (12)$$

Der Gleichanteil u_0 und der Fourierkoeffizient a_1 sind nicht mehr allein von der Amplitude, sondern auch vom Gleichanteil e_0 abhängig. Zur weiteren Betrachtung des nichtlinearen Regelkreises ist es zweckmäßig, das Tastverhaltnis $p = \frac{t_{an}}{t_{aus}}$ einzuführen. Der Gleichanteil des Ausgangssignals lässt sich in Abhängigkeit von p angeben.

$$u_0 = K\frac{t_{an}}{t_{an} + t_{aus}} \quad (13)$$

$$= \frac{pK}{1+p} \quad (14)$$

Weiter lassen sich der Winkel φ und der Koeffizient a_1 in Abhängigkeit des Tastverhältnisses angeben. Mit $\sin\varphi = -\frac{e_0}{A}$ ergibt sich:

$$p = \frac{\pi - 2wt_1}{\pi + 2wt_1} \quad (15)$$

$$\varphi = \frac{\pi}{2}\cdot\frac{1-p}{1+p} \quad (16)$$

Für den Koeffizienten a_1 folgt:

$$a_1 = \frac{2K}{\pi}\cos(\varphi) \quad (17)$$

Damit erhält man die Beschreibungsfunktion

$$N(A,\varphi) = \frac{a_1}{2} = \frac{2K}{A\pi}\cos\varphi \quad (18)$$

und die inverse Beschreibungsfunktion

$$N_I(A,\varphi) = \frac{A\pi}{2K}\frac{1}{\cos\varphi}. \quad (19)$$

Man erkennt, dass bei einem symmetrischen Tastverhältnis von $p = 1$ die aus der Vorlesung bekannte Beschreibungsfunktion für ein symmetrisches Zweipunktglied folgt. Für ein vorgegebenes Tastverhältnis lässt sich wie bisher die Methode der harmonischen Balance anwenden. Es jedoch als weitere Beziehung hinzu:

$$r_0 = e_0 + y_0 \quad (20)$$

$$= e_0 + G(0)u_0 \quad (21)$$

$$= -A_g\sin\varphi + G(0)\frac{pK}{1+p} \quad (22)$$

womit sich bei Existenz einer Grenzschwingung für ein bestimmtes Tastverhältnis der Wert der zugehörigen Führungsgröße ermitteln lässt. Im hier behandelten Fall unterscheiden sich die Ortskurven der inversen Beschreibungsfunktionen für verschiedene Tastverhältnisse nur durch ihren Startpunkt auf der reellen Achse.

4 Versuchsvorbereitung

Bitte lösen Sie die Vorbereitungsaufgaben sorgfältig und bringen Sie die mit Latex erstellten Ausarbeitungen inklusive kommentierten Programmen zur Versuchsdurchführung mit (Teil der Benotung). Alle verwendeten Scilab/Scicos-Dateien sind auf USB-Stick ebenfalls für die praktische Versuchsdurchführung bereitzuhalten.

Die in der Einleitung beschriebene Temperaturregelstrecke mit der Übertragungsfunktion

$$G(s) = \frac{0,03}{0.18 + s} e^{-0.6s} \tag{23}$$

soll mit einem Zweipunktglied mit Hysterese geregelt werden.

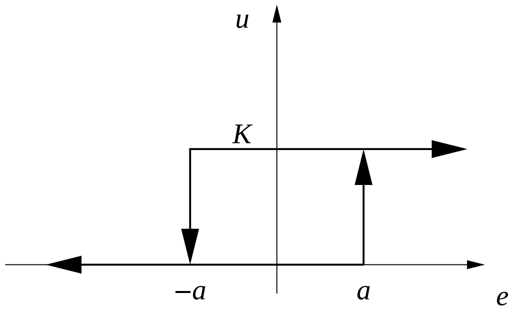

Abbildung 7: Zweipunktglied mit Hysterese

Die Parameter des Zweipunktgliedes sind:

- $a = 1$
- $K = 70$

Die Versuchsvorbereitung setzt sich aus folgenden Punkten zusammen:

Theoretischer Teil:

1. Berechnen Sie die SBDF für das Zweipunktglied.
   (a) Berechnen Sie den Koeffizienten u_0.
   (b) Setzen Sie $\arcsin \frac{a-e_0}{A} = \varphi_1$ und $\arcsin \frac{a+e_0}{A} = \varphi_2$. Setzen Sie $\varphi_1 - \varphi_2 = 2\alpha$. Geben Sie α als Funktion des Tastverhältnisses an.
   (c) Geben Sie u_0 als Funktion des Tastverhältnisses an.
   (d) Berechnen Sie die Koeffizienten a_1 und b_1. Verwenden Sie dabei die unten angegebenen Additionstheoreme, um auf eine möglichst einfache Form für $N(A, \alpha)$ zu kommen.

2. Berechnen Sie $N_I(A, \alpha)$.

3. Berechnen Sie allgemein $e_0(A_g, \alpha)$.

4. Ermitteln Sie allgemein A_{min}, beachten Sie dabei, dass für einen Grenzzyklus die Kennlinie vollständig durchlaufen werden muss. Wo liegt der Startpunkt der inversen SBDF.

5. Schreiben Sie ein gut dokumentiertes Programm (Scilab), das für die Tastverhältnisse $p = 0,25; 0,5; 0,75; 1; 1,5; 2; 3; 4; 5; 6$ die inverse Beschreibungsfunktion plottet.

6. Plotten Sie in dasselbe Diagramm die Ortskurve der Strecke.

7. Untersuchen Sie, für welche Tastverhältnisse harmonische Grenzschwingungen auftreten können. Untersuchen Sie diese auf Stabilität.

8. Ermitteln Sie für gewünschte Ausgangsgrößen $y_0 = 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10$ die Werte von p,w_g,A_g,u_0,e_0 und r_0. Hinweis: Die explizite Berechnung von w_g ist nicht möglich. Verwenden Sie deshalb die Scilab-Funktion **fsolve** zur Bestimmung der Nullstellen von $IM\{N_I\} - IM\{G(iw)\}$.

9. Untersuchen Sie, für welche w_g die an die Strecke gestellten Bedingungen für die harmonische Balance erfüllt sind.

Additionstheoreme in einer etwas ungewohnten Form:

$$\cos\frac{\alpha+\beta}{2} = \frac{\sin\alpha - \sin\beta}{2\sin\frac{\alpha-\beta}{2}} \tag{24}$$

$$\sin\frac{\alpha+\beta}{2} = \frac{\sin\alpha + \sin\beta}{2\cos\frac{\alpha-\beta}{2}} \tag{25}$$

$$\cos\frac{\alpha+\beta}{2} = \frac{\cos\alpha + \cos\beta}{2\cos\frac{\alpha-\beta}{2}} \tag{26}$$

Simulation:

1. Erstellen Sie die Regelstrecke unter Scicos; realisieren Sie die Regelstrecke als möglichst einfaches Zustandsmodell oder als Übertragungsfunktion mit Anfangswerten.

2. Geben Sie in Ihrem Regelkreis die Referenz r_0 vor und überprüfen Sie Ihre Berechnungen. Ermitteln Sie dazu p, A_g, w_g und schätzen y_0 ab. Notieren Sie Ihre Beobachtungen.

3. Veranschaulichen Sie sich durch Simulation mit 2 verschiedenen Anfangswerten x_0 eine wesentliche Eigenschaft stabiler Grenzzyklen.

5 Laboraufgaben

Im praktischen Laborversuch sollen die Berechnungen auf ihre Genauigkeit hin überprüft werden. Zunächst ist die Übertragungsstrecke anhand eines Experiments zu identifizieren. Mittels der zuvor erstellten Programme erfolgt dann eine konkrete Berechnung der Grenzzyklen. Abschließend wird die Regelung gestartet und eine Beobachtung der tatsächlichen Grenzzyklen durchgeführt.

1. Modellidentifikation:
   - Experiment: `exec run_ident_experiment.sce`
   - Parameterschätzung: `exec ident_model.sce`
   - Model ist verfügbar in Form des kont. linearen Systems **Gc** unter SCILAB, Totzeit: **tdead**

     Modellbeispiel (Ausgang - Temperatur in °C, Eingang - Heizleistung in %, Zeit in Sekunden:

     $$y(s) = e^{-0.6s}\frac{0,03}{0,18+s}u(s) + 26,9 \tag{27}$$

     Der Offset $d = 26,9°C$ ist später bei der realen Regelung zu berücksichtigen.

2. Berechnung eines eventuellen Grenzzyklus für $a = 1$, $K = 70$, $y_0 = 4°C$

3. Simulative Überprüfung der Vorhersage: `scicos simu_hf.cos`

4. Experimentelle Überprüfung der Vorhersage (Achtung: Referenz=r_0 (aus Berechnung) + Offset):
   `scicos control_hf.cos`
   Vergleichen Sie die berechneten, simulierten und gemessenen Werte für p, w_g und A_g.

6 Hinweise zur praktischen Durchführung des Versuchs

Drucken aller Simulations- und Messergebnisse! Login: student, Passwort: rslab, Verzeichnis: /home/student/heaterfan/